

Универзитет Унион – Рачунарски факултет



ДИПЛОМСКИ РАД

Примена дигиталних филтара за уклањање шума код ЕКГ сигнала

Кандидат

Наташа Радуловић, РМ 92/2016

Ментор

проф. др Ђорђе Бабић

Београд, *октобар* 2020. године

САДРЖАЈ

1 УВОД	3
2 ДИГИТАЛНА ОБРАДА СИГНАЛА	4
2.1 Сигнали и системи – основне карактеристике	4
2.2 Фреквенцијски домен и Фуријеова трансформација	6
2.3 Z трансформација, DFT и FFT	7
2.4 Функција преноса и фреквенцијски одзив	8
3 ДИГИТАЛНИ ФИЛТРИ	10
3.1 Дигитални филтри бесконачног импулсног одзива (IIR)	12
3.1.1 Спецификације	13
3.1.2 Батервортов филтар	13
3.1.3 Чебишевљев филтар	15
3.1.4 ОСТАВЕ функције и директна форма за реализацију	16
3.2 Дигитални филтри коначног импулсног одзива (FIR)	17
3.2.1 Спецификације	18
3.2.2 Оптимална апроксимација	19
3.2.3 ОСТАВЕ функције и директна форма за реализацију	21
4 ЕКГ СИГНАЛИ	22
4.1 Шум	23
4.2 Студија случаја	25
5 ЗАКЉУЧАК	31
6 ЛИТЕРАТУРА	32

1 УВОД

Дигитална обрада сигнала обухвата широк спектар примене, укључујући обраду звучних сигнала, слика, видео записа, говора. У овом раду, акценат је на обради биомедицинских сигнала, тачније *EKG* (електоркардиограм) сигнала. Поред њега, обрађују се и *EMG* (електромиограм), *EEG* (електроенцефалограм), *FEKG* (фетални електрокардиограм), *EGG* (електрогастрограм). Сви ови поступци су постали неизоставни део дијагнозе здравствених поремећаја.

Проблем који настаје приликом снимања сваке врсте сигнала су шумови, односно сметње настале разним спољашњим факторима. Специјално, већина биомедицинских сигнала су слаби сигнали, тако да је у том случају отклањање нежељених делова сигнала од великог значаја. Поступак пропуштања одређених фреквенција сигнала и блокирања других фреквенција зове се филтрирање. Тема овог рада је управо дигитално филтрирање *EKG* сигнала.

На самом почетку рада је описана основна подела сигнала, њихов значај како у временском, тако и у фреквенцијском домену. Споменуто је неколико врста трансформација које служе за описивање особина сигнала. Затим су дефинисани главни типови дигиталних филтара – *IIR* и *FIR*, њихове спецификације и начин имплементације у *OCTAVE* програму. У последњем поглављу, прво је описано на који начин се ствара *EKG* сигнал, који су његови делови и који су најчешћи шумови спојени са *EKG* сигналом. На самом крају, урађен је практични пример филтрирања једног *EKG* сигнала и кратка анализа тог сигнала из медицинске перспективе.

2 ДИГИТАЛНА ОБРАДА СИГНАЛА

Првобитне технике за дигиталну обраду сигнала развијене су још у 17. веку како би се решили разни физички проблеми који су се тицали континуалних променљивих и функција. Затим се појавом дигиталних рачунара повећава интерес за ову област. Средином 20. века истраживачи почињу да сматрају дигиталну обраду сигнала као посебну научну и истраживачку област. Иако су у почетку апликације подразумевале једноставне симулације за аналогну обраду сигнала, убрзо долази до развоја бројних метода које су унапредиле теоретски, а и практични сегмент дигиталне обраде сигнала.

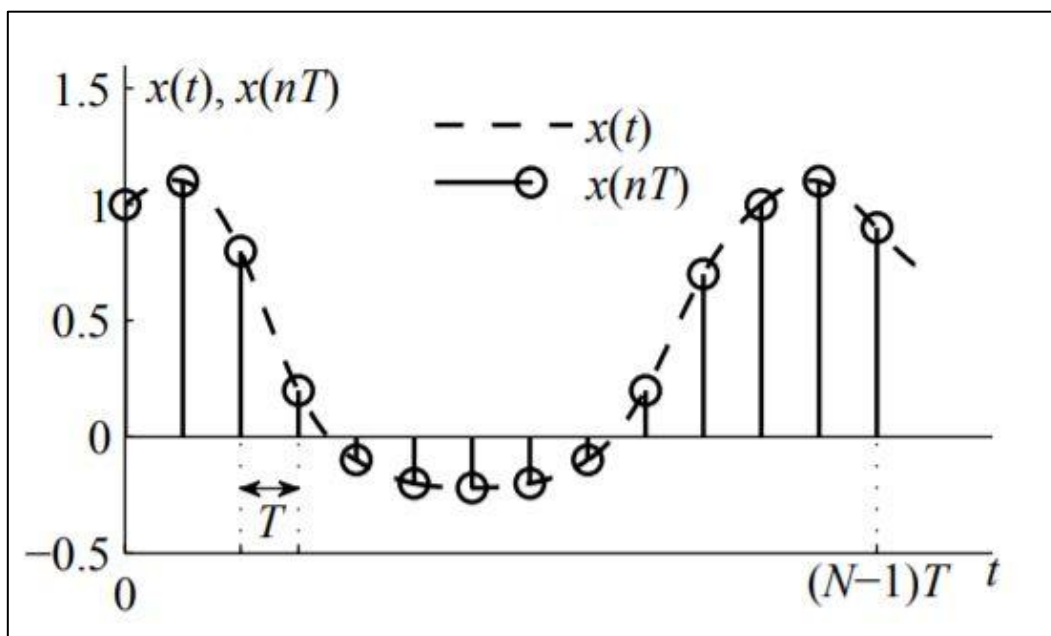
Дигитална обрада аналогних сигнала се у основи састоји из три дела: конверзије аналогних сигнала у дигиталне, обраде тих дигиталних сигнала и конверзије обрађеног дигиталног сигнала назад у аналогну форму. Прво се користи *sample-and-hold (S/H)* коло које одабира сигнале у периодичним интервалима и држи тако одабрану вредност константном. То је неопходно због амплитуде аналогног сигнала која се мења у времену. Такав сигнал се онда доводи на A/D (аналогно/дигитални) конвертор и дигитализује се. Излаз из A/D конвертора је бинарна секвенца која се даље обрађује у дигиталном сигнал-процесору имплементирањем одговарајућег алгоритма обраде сигнала. На излазу дигиталног сигнал-процесора се опет добија бинарна секвенца која се конвертује у степенчасти аналогни сигнал коришћењем D/A (дигитално/аналогног) конвертора. На крају се користи одговарајући филтар који одстрањује нежељене компоненте и на излазу филтра се добија жељени обрађени аналогни сигнал.

2.1 Сигнали и системи – основне карактеристике

Сигнал се на најједноставнији начин може дефинисати као функција једне или више независно променљивих. Та независно променљива, у општем случају, може бити било која физичка величина. Ипак, најчешће она представља време, тако да је нормално да се сигнали посматрају као функције времена, чак и у случајевима када стварна независно променљива није време.

Сигнал је носилац одређене информације. Садржај информације коју носи записан је у променама функције или неког од њених параметара, па се сигнал на основу тога може дефинисати и као функција времена која носи информацију о некој величини од интереса.

На основу природе своје независно променљиве, сигнали се могу поделити на континуалне и дискретне. Код континуалних сигнала, функција која представља сигнал је непрекидна функција времена. Ако при томе његова амплитуда може узимати произвољну вредност из дозвољеног опсега, то је аналогни сигнал. Са друге стране, дискретни сигнали су дефинисани само за дискретне вредности независне променљиве. Већина сигнала из природе, као и већина вештачки произведених сигнала, су аналогни. Дискретни сигнали углавном настају дискретизацијом аналогних сигнала уз одређене услове. Амплитуда дискретног сигнала може такође бити континуална или дискретна. Сигнали дискретни и по времену и по амплитуди су дигитални. Дискретизација по времену (одабирање) може бити извршена униформно и неуниформно. Најчешће се користи униформно одабирање где се одбирци сигнала појављују у једнаким временским интервалима. Код неуниформног одабирања, растојања између одбирака су неједнака.



Слика 2.1 Пример дискретног сигнала насталог униформним одабирањем континуалног сигнала

Системи за обраду сигнала у општем случају служе да трансформишу један сигнал који сматрамо улазним (побуда, екситација) у други, пожељнији облик, који сматрамо излазним сигналом (одзив). Основни мотив за обраду сигнала је уклањање нежељених, а издвајање корисних сигнала. Нежељени сигнали су углавном сигнали који не носе информацију и зовемо их шумови. Системи од посебног значаја су линеарни временски инваријантни системи и њихове најважније карактеристике су:

- Стабилност: за дискретни систем кажемо да је стабилан ако и само ако ограничен улазни низ проузрокује ограничен излазни низ. Низ $\{x[n]\}$ је ограничен ако постоји коначна позитивна вредност A за коју је $|x[n]| \leq A$, за свако n .
- Каузалност: систем је каузалан ако сигнал на излазу за $n = n_0$ зависи само од оних вредности улазног сигнала за које је $n \leq n_0$. То значи да систем нема способност предвиђања (антиципације).

2.2 Фреквенцијски домен и Фуријеова трансформација

У фреквенцијском домену, сигнал је представљен преко свог спектра, а систем преко фреквенцијског одзива. Често се неке важне особине сигнала и система могу најбоље представити у фреквенцијском домену. За описивање особина дискретних сигнала и система у овом домену, користи се Фуријеова (*Fourier*) трансформација.

Анализа сигнала и система у фреквенцијском домену се заснива на комплексном експоненцијалном низу $\{e^{jwn}\}$, где је w кружна фреквенција у радијанима. За низ $\{h[n]\}$, Фуријеова трансформација је

$$H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-jwn}. \quad (2.1)$$

Тада је $|H(e^{jw})|$ амплитудски спектар, а $\arg[H(e^{jw})]$ фазни спектар. У случају да $H(e^{jw})$ означава фреквенцијски одзив система, његова апсолутна вредност $|H(e^{jw})|$ је амплитудска карактеристика, а његов аргумент $\arg[H(e^{jw})]$ је фазна карактеристика система.

2.3 Z трансформација, DFT и FFT

Z трансформацијом се дискретни сигнал пресликава у континуалну функцију комплексне променљиве z . Тиме се омогућава примена комплексне анализе у решавању проблема дискретних сигнала и система. За дати низ $\{x[n]\}$, његова z трансформација је дефинисана као

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}, \quad (2.2)$$

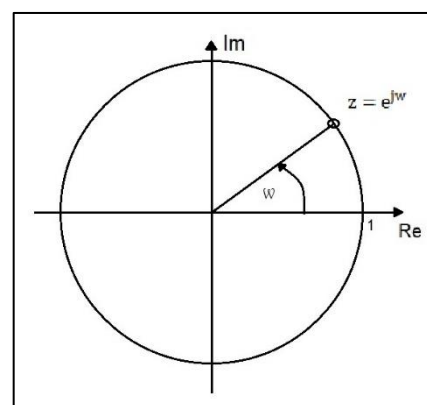
где је z комплексна променљива. Z трансформација се може посматрати и као комплексни оператор $Z\{\cdot\}$ који трансформише низ у функцију комплексне променљиве z

$$X(z) = Z\{x[n]\}. \quad (2.3)$$

Комплексна променљива z се може изразити у поларним координатама: $z = re^{j\omega}$. Ако ову замену уведемо у једначину (2.2), једначина која се добије се може интерпретирати као Фуријеова трансформација

$$X(z) = X(re^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x[n]r^{-n})e^{-j\omega n}. \quad (2.4)$$

За $r = 1$, израз (2.4) постаје Фуријеова трансформација низа $\{x[n]\}$. Z трансформација је функција комплексне променљиве, па је уобичајено да се тумачи у комплексној z равни. Скуп свих z за које важи $|z| = 1$, у z равни се може представити јединичним кругом (кружницом чији је пречник 1).



Слика 2.2 Јединични круг у комплексној z равни

Дискретна Фуријеова трансформација (*DFT*) настаје дискретизацијом једне периоде Фуријеове трансформације и тако се спектар сигнала или фреквенцијски одзив система представља преко низа бројева, што омогућава директну обраду на рачунару. Секвенца у временском домену $x[n]$ дужине N пресликава се у секвенцу $X[k]$ исте дужине где се чланови рачунају по формули

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.5)$$

Брза Фуријеова трансформација (*FFT*) подразумева групу алгоритама за ефикасно израчунавање дискретне Фуријеове трансформације. Дискретна Фуријеова трансформација у N тачака постаје практично неприменљива за велике вредности N . Алгоритми који спадају у брзе Фуријеове трансформације редукују број аритметичких операција. Број сабирања и множења који је код директног израчунавања сразмеран са N^2 , код *FFT*-а је сразмеран са $N/\log_2 N$. Захваљујући брзој Фуријеовој трансформацији, постала је могућа практична примена многих алгоритама обраде сигнала. Због тога се *FFT* сматра кључним алгоритмом у дигиталној обради сигнала.

2.4 Функција преноса и фреквенцијски одзив

Функција преноса дискретног система се дефинише као количник z трансформације сигнала одзива и z трансформације сигнала побуде:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] z^{-n} = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (2.6)$$

где је $h[n]$ импулсни одзив система.

Системи се могу представити и линеарном диференцијалном једначином са константним коефицијентима. Стога, функција преноса се може записати у облику количника два полинома по z^{-1} и њени коефицијенти ће у ствари бити коефицијенти полазне диференцијалне једначине:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})}. \quad (2.7)$$

Функција преноса се може представити и преко нула и полова у комплексној z равни. То је могуће јер се полиноми који чине функцију преноса могу представити преко својих корена. Код IIR система, то је рационална функција, док се код FIR система своди на полином јер се у том случају сви полови налазе у координатном почетку z равни (услов стабилности је увек испуњен).

Фреквенцијски одзив линеарног временски инваријантног система дефинише се као Фуријеова трансформација импулсног одзива:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n}. \quad (2.8)$$

Најчешће се фреквенцијски одзив представља преко модула и аргумента, односно амплитудске и фазне карактеристике:

$$H(e^{j\omega}) = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2.9)$$

где је $M(\omega)$ амплитудска, а $\varphi(\omega)$ фазна карактеристика.

Групно кашњење се дефинише као извод фазне карактеристике по фреквенцији:

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (2.10)$$

и чињеница да је групно кашњење константно нам говори да нема изобличења сигнала.

3 ДИГИТАЛНИ ФИЛТРИ

Једна од основних примена филтара је смањење утицаја шума или интерференције, са циљем издвајања корисних компонената сигнала. Велику подгрупу филтара чине линеарни филтри, са основним својством да постоји линеарна веза између сигнала на њиховом улазу и излазу. Постоје три теоријска приступа у пројектовању таквих филтара:

1. Класичан приступ
2. Оптимална филтрација
3. Самоподешавајући филтри (адаптивна филтрација)

У овом раду су у фокусу филтри са класичним приступом. Тај приступ се заснива на пројектовању фреквенцијски селективних филтара где је акценат на појачању фреквенцијске компоненте из једног опсега учестаности, док се компоненте из осталих опсега потискују. Фреквенцијски селективни филтри, негде називани и стандардни типови филтара, се деле на пропуснике ниских фреквенција (*NF*), пропуснике високих фреквенција (*VF*), пропуснике опсега (*PO*) и непропуснике опсега (*NO*).

Класично пројектовање филтара подразумева следеће кораке:

1. Спецификацију жељених особина линеарног временски инваријантног динамичког система
2. Апроксимацију ових спецификација
3. Реализацију система

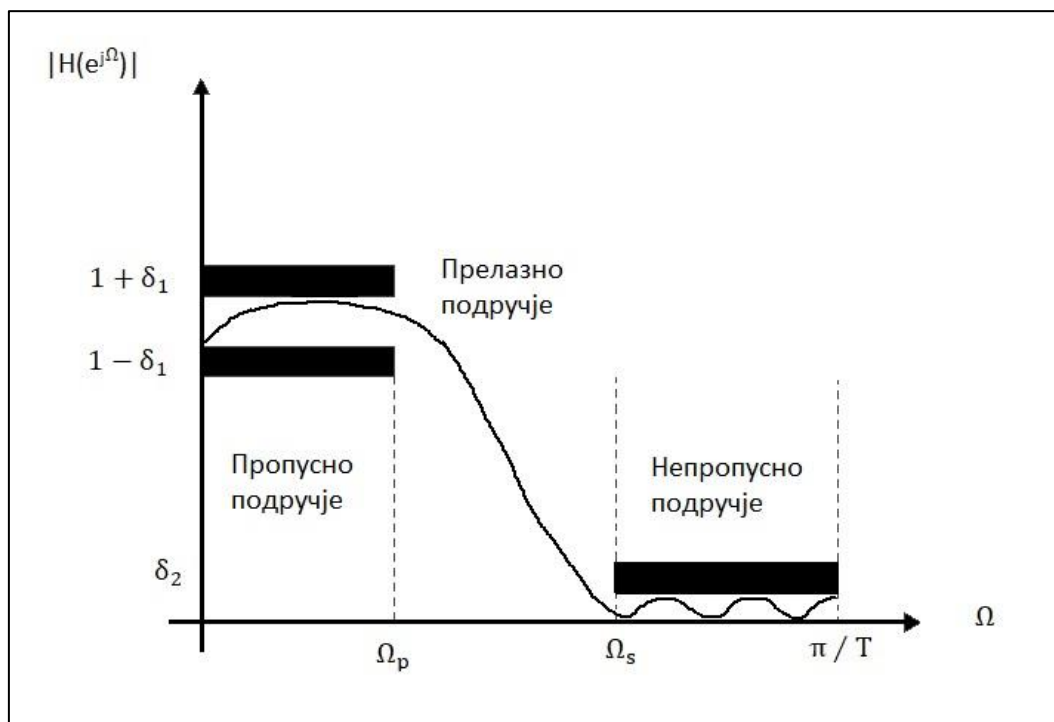
Када се дигитални филтар користи за обраду аналогних сигнала, спецификација дигиталног филтра и ефективног континуалног филтра (чија се дигитална апроксимација пројектује) се даје у фреквенцијском домену. Уколико је изабрана довољно мала периода дискретизације T , неће доћи до ефекта преклапања фреквенцијских компоненти из различитих периода код спектра дискретизованог континуалног филтра (aliasing effect), те ће се у Никвистовом опсегу, $|\Omega| < \frac{\pi}{T}$, где је Ω аналогна кружна учестаност, дигитални филтар понашати исто као и жељени континуални филтар са фреквенцијским одзивом:

$$H_{\text{eff}}(j\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\Omega T}), & |\Omega| < \frac{\pi}{T}, \\ 0, & |\Omega| \geq \frac{\pi}{T}. \end{cases} \quad (3.1)$$

У том случају се спецификације, које се могу поставити за ефективни континуални филтар, могу поставити и за дигитални филтар, уводећи смену $w = \Omega T$ (w се назива дигитална, а Ω аналогна кружна учестаност), односно $H(e^{jw})$ постаје спецификација дигиталног филтра у оквиру једне периоде бесконачног и периодичног фреквенцијског одзива дигиталног филтра:

$$H(e^{jw}) = H_{\text{eff}}\left(j\frac{w}{T}\right), \quad |w| < \pi. \quad (3.2)$$

Уобичајена спецификација, као и задовољавајућа амплитудско-фреквенцијска карактеристика NF филтра је приказана на слици 3.1, а представљена је за нормирану учестаност $0 \leq w \leq \pi$.



Слика 3.1 Задовољавајућа амплитудско-фреквенцијска карактеристика NF филтра

Многи филтри, који се користе у пракси, се специфирају на представљени начин, без икаквих ограничења за фазну карактеристику, стабилност и каузалност. При томе се зна да IIR филтар (филтар са бесконачним импулсним одзивом) треба да буде каузалан и стабилан, док је за FIR филтар (филтар са коначним импулсним одзивом) основна претпоставка да има линеарну фазу, пошто овакав филтар сам по себи представља стабилан и каузалан систем.

3.1 Дигитални филтри бесконачног импулсног одзива (IIR)

IIR филтри представљају класу филтара код којих је функција преноса рационална функција комплексне променљиве z , тако да су јој и нуле и полови у комплексној z равни. При томе, сви полови морају бити унутар јединичног круга како би се задовољио услов стабилности. Велика предност ових филтара у односу на филтре коначног импулсног одзива (*FIR*) је могућност да се жељени облик амплитудске карактеристике добро апроксимира филтром ниског реда. Међутим, за разлику од *FIR* филтара, *IIR* филтри не могу реализовати линеарну фазну карактеристику, што у одређеним применама може представљати недостатак.

Ови филтри се називају и рекурзивним дигиталним филтрима зато што се улазно-излазне релације у временском домену изражавају преко рекурзивних диференцијалних једначина. Једноставније, израчунавање текућег одбирка на излазу система се врши коришћењем претходних одбирака излазног сигнала.

Први корак у пројектовању филтра подразумева дефинисање спецификација - дозвољених толеранција у одређеним фреквенцијским опсезима. Затим се пројектује функција преноса таква да је рационална функција $H(z)$ што нижег реда и да фреквенцијски одзив задовољава спецификације из првог корака. Функција преноса *IIR* филтра најчешће се формира погодном трансформацијом (апроксимацијом) одговарајућег аналогног филтра – у овом раду биће објашњена Батервортова и Чебишевљева апроксимација аналогних филтара. На крају се врши одређена аналогно-дигитална трансформација (импулсно инваријантна или билинеарна трансформација).

У општем случају, функција преноса аналогног филтра N -тог реда $H_a(s)$ се дефинише као рационална функција комплексне фреквенције $s = \sigma + j\Omega$,

$$H_a(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M c_k s^k}{\sum_{k=1}^N d_k s^k} \quad (3.3)$$

где је $N \geq M$.

Пројектовање аналогних филтара обично се заснива на референтном прототип филтру пропуснику ниских фреквенција (*NF*) из кога се одговарајућим трансформацијама изводе остали типови: *VF*, *PO* и *NO*. Зато ће у наставку бити приказане само апроксимационе функције за референтни *NF* филтар.

3.1.1 Спецификације

Границе дозвољених одступања могу се дефинисати преко амплитудске карактеристике, карактеристике појачања или карактеристике слабљења. Сви ови начини се примењују у пракси и међусобно су повезани.

Амплитудска карактеристика филтра $M(w)$ се дефинише као апсолутна вредност функције преноса $H(z)$ на јединичном кругу z равни:

$$M(w) = |H(e^{jw})|. \quad (3.4)$$

Слабљење $a(w)$ се изражава у децибелима и са амплитудском карактеристиком је повезано изразом:

$$a(w) = -20 \log[M(w)]. \quad (3.5)$$

Појачање $g(w)$ се такође изражава у децибелима и са амплитудском карактеристиком је повезано следећим изразом:

$$g(w) = 20 \log[M(w)]. \quad (3.6)$$

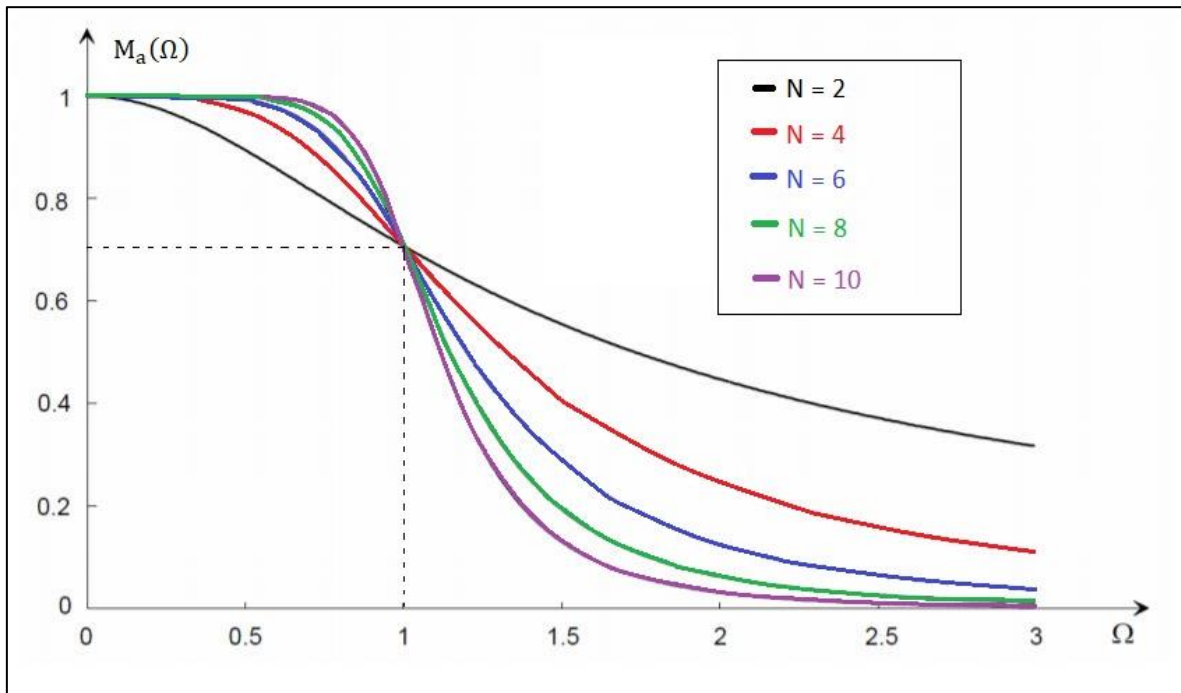
3.1.2 Батервортов филтар

Батервортов (*Butterworth*) филтар се пројектује на основу захтева да амплитудско-фреквенцијска карактеристика буде максимално могуће равна у пропусном опсегу. За филтар N -тог реда то значи да првих $(2N-1)$ извода квадрата амплитудске карактеристике на нултој учестаности треба да буде једнако нули. Та карактеристика је глатка крива која опада порастом фреквенције и максимално је равна на фреквенцији $\Omega = 0$. Још једна важна особина Батервортовог филтра је монотоност амплитудске карактеристике у пропусном и непропусном опсегу. Фреквенцијски одзив овог филтра дефинише се преко квадрата амплитудске карактеристике:

$$M_a^2(\Omega) = |H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\Omega^2)^N} \quad (3.7)$$

где је кружна фреквенција нормализована у односу на 3db граничну кружну фреквенцију (гранична фреквенција на којој слабљење филтра достиже 3 db). За $\Omega = 1$, филтар има слабљење од 3 db без обзира на вредност N .

На слици 3.2 приказана је амплитудска карактеристика Батервортовог филтра за различите вредности реда филтра N . Запажа се да како се параметар N повећава, карактеристика филтра постаје оштрија и прелаз од пропусног ка непропусном опсегу је стрмији.



Слика 3.2 Амплитудска карактеристика Батервортовог филтра за ред $N = 2, 4, 6, 8, 10$

Боље карактеристике у прелазној зони, као и нижи ред филтра могу се добити ако се грешка апроксимације правилније распореди у пропусном опсегу, у ком случају се добија Чебишевљев филтар.

3.1.3 Чебишевљев филтар

Чебишевљев (Чебышев) филтар има најмању варијацију амплитудске карактеристике у целом пропусном опсегу. У непропусном опсегу, амплитудска карактеристика монотono опада са порастом фреквенције. Одређен је квадратном амплитудском карактеристиком:

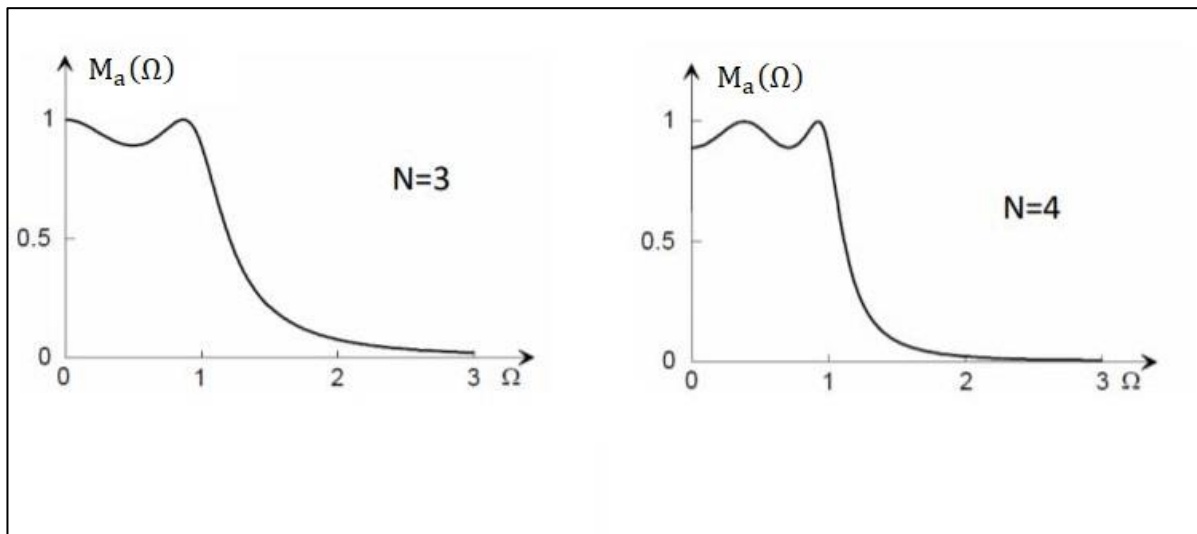
$$M_a^2(\Omega) = |H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N^2(\Omega)} \quad (3.8)$$

где је T_N Чебишевљев полином:

$$T_N(\Omega) = \begin{cases} \cos(n \cos^{-1} x), & |x| \leq 1 \\ \cosh(n \cosh^{-1} x), & |x| \geq 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

Амплитудска карактеристика у пропусном опсегу има укупно N локалних минимума и максимума, што се види на слици 3.3.



Слика 3.3 Амплитудска карактеристика Чебишевљевог филтра трећег и четвртог реда

Заједничка карактеристика Батервортове и Чебишевљеве апроксимације је да су одличне у непропусном опсегу, али по цену широке прелазне зоне.

3.1.4 OCTAVE функције и директна форма за реализацију

Функције за пројектовање *IIR* филтара су:

- Батервортова апроксимација: $[B,A] = \text{butter}(N,Wn,'ftype')$
- Чебишевљева апроксимација: $[B,A] = \text{cheby1}(N,Rp,Wn,'ftype')$

Свака од функција враћа коефицијенте полинома у бројиоцу (B) и имениоцу (A) функције преноса филтра пројектованог на основу задатих спецификација:

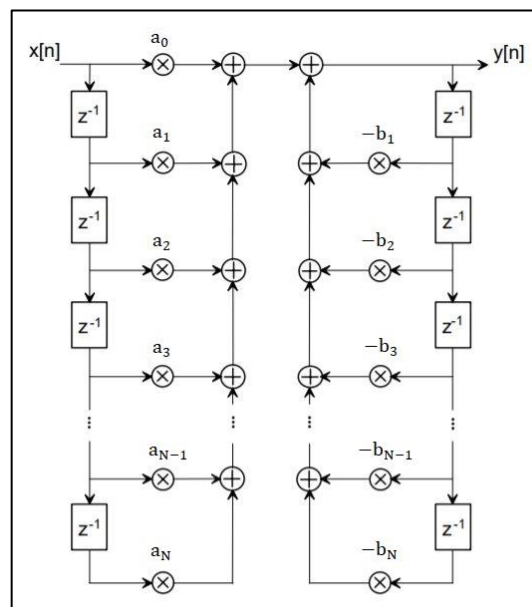
$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1)z^m + b(2)z^{m-1} + \dots + b(m+1)}{z^n + a(2)z^{n-1} + \dots + a(n+1)}. \quad (3.10)$$

Параметри у функцијама апроксимације имају следећа значења:

- N – ред филтра који ће бити пројектован
- Rp – слабљење сигнала на граничној учестаности изражено у децибелима
- Wn – гранична учестаност филтра
- $ftype$ – тип филтра који се пројектује, могуће вредности су:
 - *high* – пројектује се *VF* филтар са граничном учестанošћу Wn
 - *low* – пројектује се *NF* филтар са граничном учестанošћу Wn
 - *bandstop* – пројектује се *NO* филтар са граничним учестаностима непропусног опсега $Wn1$ и $Wn2$, $Wn1 < Wn2$ (што значи да је у овом случају улазни параметар Wn заправо вектор од два елемента)
 - *bandpass* – пројектује се *PO* филтар са граничним учестаностима пропусног опсега $Wn1$ и $Wn2$, $Wn1 < Wn2$.

У пракси је врло важно пројектовати филтре минималног реда за задату спецификацију јер се на тај начин оптимално користе расположиви хардверски ресурси. OCTAVE поседује функције *buttord* и *cheb1ord* помоћу којих се може одредити минимални ред филтра за задате спецификације.

Форма дигиталног филтра код које су константе множења идентичне са коефицијентима функције преноса назива се директна форма за реализацију.



Слика 3.4 Реализација *IIR* функције преноса

3.2 Дигитални филтри коначног импулсног одзива (FIR)

Као што је већ речено, *IIR* филтри се најчешће пројектују тако што се прво пројектује континуални *IIR* филтар, а затим се неком техником дискретизације филтар дигитализује. За разлику од њих, *FIR* филтри се скоро искључиво пројектују у дискретном домену. Технике пројектовања *FIR* филтара се заснивају на директној апроксимацији идеалних филтара. Основна претпоставка која се мора испунити приликом пројектовања је да добијени *FIR* филтар мора имати линеарну фазну карактеристику. То је уједно и основна карактеристика свих *FIR* филтара и основна предност у односу на *IIR* филтре. Ови филтри могу бити пројектовани да задовољавају исту карактеристику као *IIR* филтри (уз предност да им је фазна карактеристика линеарна), али по цену знатно вишег реда N .

FIR филтри се најчешће пројектују коришћењем следећих метода:

- помоћу прозорских функција
- одабирањем фреквенцијског одзива
- оптималним методама

У већини метода синтезе се претпоставља да је фаза линеарна и води се рачуна само о апроксимацији амплитудске карактеристике. Основна идеја је да се за жељени фреквенцијски одзив идеалног филтра нађе коначни импулсни одзив који га најбоље апроксимира. Прво се импулсни одзив идеалног филтра одсече на коначну дужину, а затим се тај добијени одзив помери за одређени број одбирака удесно и на тај начин се постиже каузалност.

Дешава се да добијена фреквенцијска карактеристика знатно одступа од жељене фреквенцијске карактеристике и да су та одступања осцилаторна у непосредној близини граничне учестаности. Те непожељне осцилације амплитудске карактеристике називају се Гибсове осцилације. Најефикаснији начин за сузбијање Гибсових осцилација је примена прозорских функција – импулсни одзив идеалног филтра се помножи са прозорском функцијом. Најпознатији типови прозора су Бартлетов, Ханов, Хамингов, Блекманов и Кајзеров.

Код пројектовања заснованом на фреквенцијском одабирању полази се од фреквенцијског одзива идеалног филтра који се одабира у N тачака. Тиме се добија фреквенцијски низ $H[k]$ који се може тумачити као *DFT* временског низа $h[k]$. Низ $h[k]$ који се израчунава инверзном *DFT* из низа $H[k]$ може се искористити као импулсни одзив *FIR* филтра. Пројектовани филтар је опет апроксимација идеалног филтра.

3.2.1 Спецификације

Слабљење филтра се може израчунати на основу параметара δ_1 и δ_2 (видети на слици 3.1). Тако се слабљење у пропусном опсегу рачуна на следећи начин:

$$a_p = 20 \log_{10} \left(\frac{1+\delta_1}{1-\delta_1} \right), \quad (3.11)$$

а слабљење у непропусном опсегу:

$$a_s = -20 \log_{10}(\delta_2). \quad (3.12)$$

Често је врло важно да компонента улазног сигнала коју филтар треба да пропусти не буде изобличена. То је остварено уколико је фазна карактеристика линеарна, односно:

$$\varphi(w) = \arg(H(e^{jw})) = k_1 + k_2 w \quad (3.13)$$

где су k_1 и k_2 произвољне константе. Поред линеарне фазне карактеристике, пожељно је и да групно кашњење (извод фазне карактеристике по фреквенцији) буде константно:

$$\tau_g(w) = -\frac{d \arg(H(e^{jw}))}{dw} = -k_2, \quad (3.14)$$

као и да фазно кашњење буде константно:

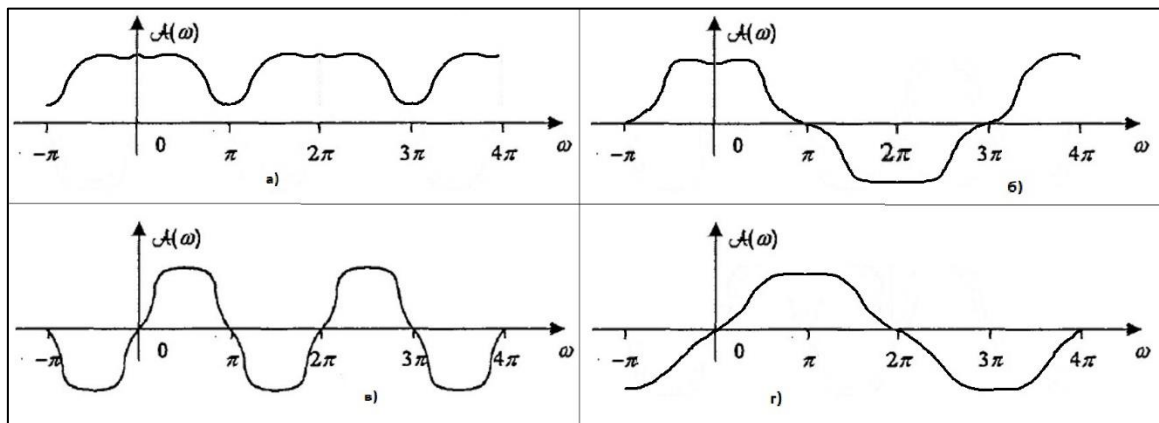
$$\tau_f(w) = -\frac{\arg(H(e^{jw}))}{w} = k_2, k_1 = 0. \quad (3.15)$$

Фазно кашњење је погодно за периодичне сигнале, а ако сигнал није периодичан, посматра се групно кашњење.

Сложеном анализом, показује се да *FIR* филтри који поседују симетрију или антисиметрију импулсног одзива имају константно кашњење. Међутим, кашњење M је цео број само ако је дужина импулсног одзива непарна. За парну дужину импулсног одзива филтар неће имати целобројно кашњење. Стога, узимајући у обзир тип симетрије импулсног одзива и две различите дужине импулсног одзива (парну и непарну), постоје четири могућа типа *FIR* филтра линеарне фазе:

- тип 1: импулсни одзив има непарну дужину и симетричан је око средњег члана, може се користити за пројектовање свих класа филтара (*NF*, *VF*, *PO*, *NO*)
- тип 2: импулсни одзив има парну дужину и симетричан је око средњег члана, амплитудска функција у тачки $w=\pi$ пролази кроз нулу, тако да се овај тип филтра не може користити за пројектовање класа *VF* и *NO*

- тип 3: импулсни одзив има непарну дужину и антисиметрију око средњег члана, амплитудска функција пролази кроз нулу у тачкама $\omega = k\pi$ што значи да овај тип филтра може бити само пропусник опсега (PO)
- тип 4: импулсни одзив има парну дужину и антисиметрију око централног одбирка, амплитудска карактеристика пролази кроз нулу за $\omega = 2k\pi$ због чега се овај тип користи за пројектовање класа VF и PO



Слика 3.4 Типичне амплитудске карактеристике четири основна типа FIR филтара, а) тип 1; б) тип 2; в) тип 3; г) тип 4.

3.2.2 Оптимална апроксимација

Кажемо да је филтар оптималан ако му амплитудска карактеристика има минимално одступање од жељене карактеристике идеалног филтра. Тако да је циљ пројектовања филтра минимизација грешке:

$$\varepsilon(\omega) = |H_d(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})|, 0 \leq \omega \leq \pi \quad (3.16)$$

где је $H_d(e^{j\omega})$ фреквенцијски одзив траженог идеалног филтра, а $H(e^{j\omega})$ фреквенцијски одзив реализованог филтра.

Минимизација грешке $\varepsilon(\omega)$ се може остварити проналажењем минималне средње квадратне грешке или свођењем максимума грешке на минималну вредност. Минимизација средње квадратне грешке може дати оптимално решење, али не решава проблем велике осцилације амплитудске карактеристике, тако да овај приступ не даје добар FIR филтар.

Код минимизације максималне грешке посматра се максимум апсолутне грешке $E(w)$ која представља грешку $\varepsilon(w)$ помножену са тежинским фактором $W(w)$:

$$E(w) = W(w)\varepsilon(w) = W(w)|H(e^{jw}) - H_d(e^{jw})|. \quad (3.17)$$

Тежинска функција $W(w)$ дефинише различит значај грешке у различитим опсезима. Ако је задата максимална дозвољена грешка, прво се одређује минималан ред филтра који испуњава пројектне захтеве, а затим следи оптимизација коефицијената функције преноса у циљу минимизације грешке E .

За филтар линеарне фазе, амплитудска функција $A(w)$ је реална функција која треба да апроксимира жељену функцију $D(w)$. Одступање амплитудске функције у пропусном опсегу треба да буде $\pm\delta_1$, а у непропусном $\pm\delta_2$. За филтар пропусник ниских фреквенција жељена функција $D(w)$ има вредност 1 у пропусном опсегу и вредност 0 у непропусном:

$$D(w) = \begin{cases} 1, & 0 \leq w \leq w_p, \\ 0, & w_a \leq w \leq \pi. \end{cases} \quad (3.18)$$

У алгоритму Паркса и Мак Келлана (*Parks and McClellan*) усвајају се параметри N , w_p , w_a и однос $\frac{\delta_2}{\delta_1}$ и за пропусник ниских фреквенција дефинише се тежинска функција на следећи начин:

$$W(w) = \begin{cases} \frac{\delta_2}{\delta_1}, & 0 \leq w \leq w_p, \\ 1, & w_a \leq w \leq \pi. \end{cases} \quad (3.19)$$

Алгоритам Паркса и Мак Келлана се заснива на теорему алтернације која тврди да најбоља апроксимација мора дати функцију грешке са изједначеним одступањима, односно са једнаком таласношћу (*equiripple*). Пошто се амплитудска функција $A(w)$ може написати у облику косинусне функције која има $M+1$ чланова, оптимално решење се добија решавањем система од $M+2$ једначине:

$$W(w_i)[A(w_i) - D(w_i)] = (-1)^i \delta, \quad 1 \leq i \leq M+2 \quad (3.20)$$

где су непознате коефицијенти уз косинусне функције. Овај систем једначина се ефикасно решава Ремезовим алгоритмом измене.

Ремезов алгоритам се састоји из следећих корака:

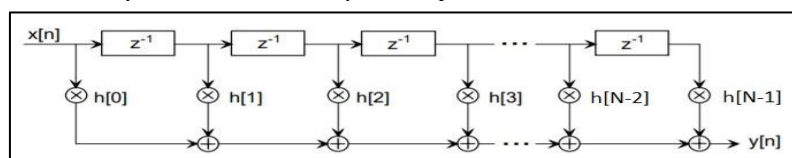
1. Утврђивање почетних вредности екстремних фреквенција (w_i) које се могу изабрати еквидистантно унутар траженог опсега
2. Израчунавање вредности одступања δ , за шта постоји формула
3. Одређивање функције $A(w)$
4. Одређивање новог скупа од $M+2$ екстремне фреквенције за функцију грешке
5. Израчунавање разлике између новог скупа екстремних фреквенција израчунатих у четвртом кораку и претходног скупа екстремних фреквенција. Ако је разлика довољно мала, алгоритам је завршен. У супротном, процес се наставља од другог корака са скупом фреквенција израчунатим у четвртом кораку.

За добијени скуп коефицијената се рачуна одступање $A(w)$ од жељене функције $D(w)$. Ако су одступања већа од задатих δ_1 и δ_2 , цео итеративни поступак се мора поновити за неку већу вредност N . Ремезов поступак конвергира веома брзо и успешно се користи у пројектовању сложених филтара.

3.2.3 OCTAVE функције и директна форма за реализацију

- Прозорске апроксимације: $B = \text{fir1}(N-1, Wn, \text{type}, \text{WIN});$
 - N – ред филтра
 - Wn – нормализована гранична фреквенција
 - type – ‘low’, ‘high’, ‘pass’ или ‘stop’
 - WIN – прозорска функција (bartlett(N+1), hann(N+1), hamming(N+1), blackman(N+1))
- Оптималне апроксимације: $B = \text{remez}(N, F, A, W, \text{type});$
 - N – ред филтра
 - F – нормализоване фреквенције
 - A – амплитудске вредности које одговарају фреквенцији F
 - W – тежински фактор који је половина дужине вектора F или A
 - type – ‘bandpass’, ‘hilbert’ или ‘differentiator’

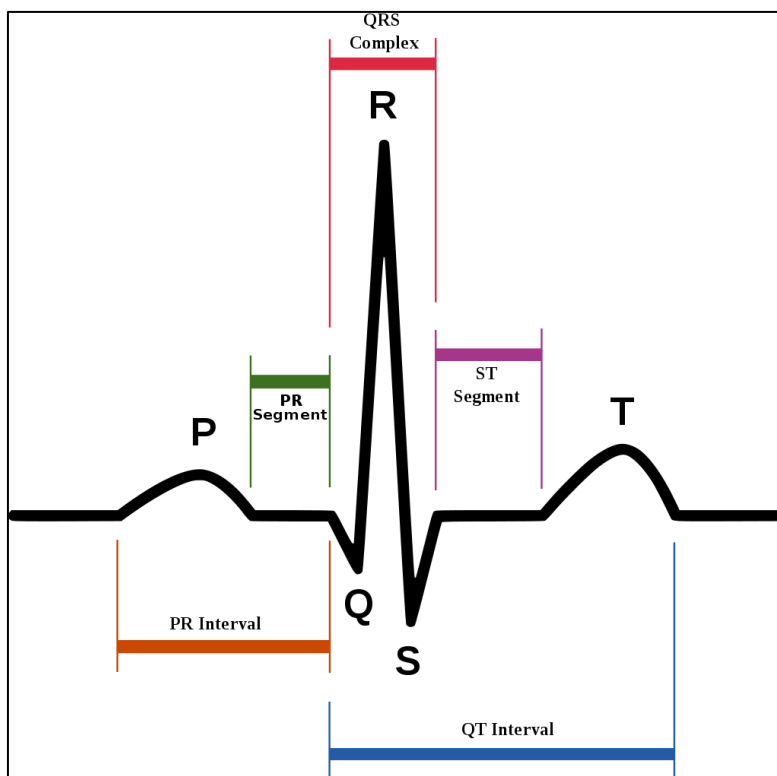
Свака од функција враћа коефицијенте полинома B функције преноса филтра пројектованог на основу задатих спецификација.



Слика 3.5 Директна структура FIR филтра

4 ЕКГ СИГНАЛИ

Електрокардиограм (*EKG*) је графички приказ сигнала који описује електричну активност срца. *EKG* сигнал се ствара контракцијом и опуштањем срчаних мишићних ћелија. Садржи *P* талас, *QRS* комплекс и *T* талас. *QRS* је спој *Q*, *R* и *S* таласа и представља најважнији део ЕКГ сигнала – време његовог појављивања и његов облик могу дати доста информација о тренутном стању срца. Такође, могу се уочити проблеми целог организма, не само срца. Део сигнала између два *R* шиљака представља период између два откуцаја срца. Типичан *EKG* је приказан на слици 4.1.



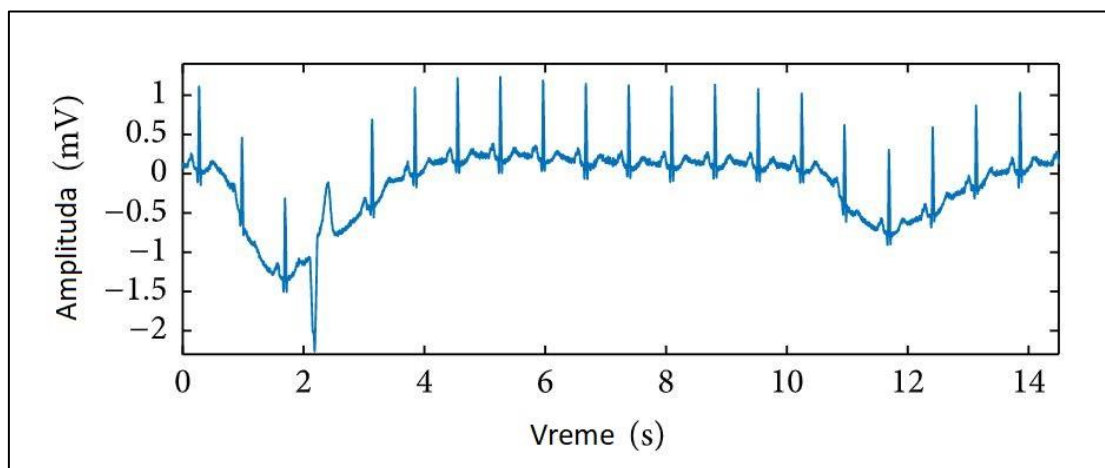
Слика 4.1 Типичан ЕКГ сигнал

Када срчани импулс пролази кроз срце, електрична струја се шири из срца у околна ткива, а мали део допире до површине тела. Те струје стварају електрични потенцијал који се може регистровати електродама постављеним на кожу пацијента. Како би се добио што бољи увид, користи се дванаест парова електрода. Шест парова се поставља на груди, а осталих шест се распоређује на руке и ноге.

4.1 Шум

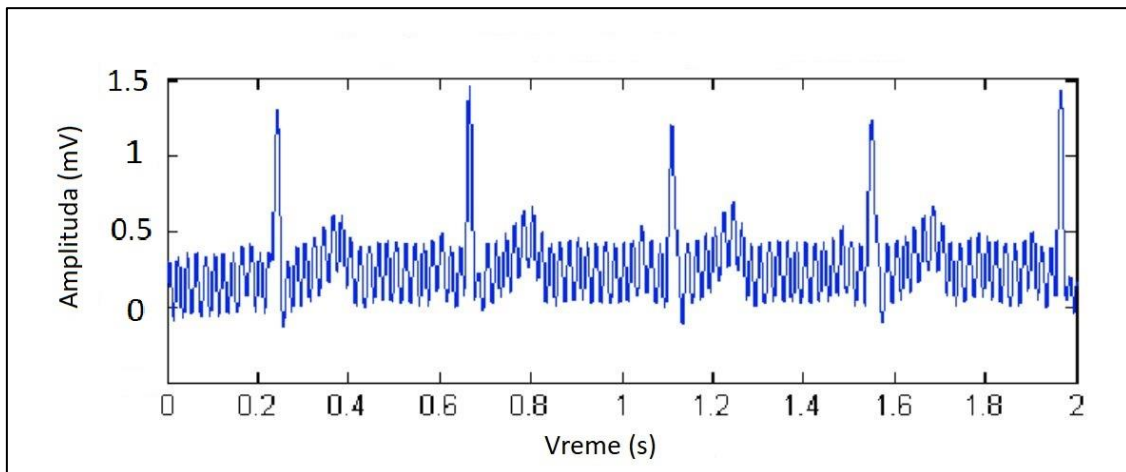
Шум је непожељан сигнал који се спаја са *EKG* сигналом и ствара проблем лекарима да поставе праву дијагнозу. Најчешће сметње које се појављују су: шум базне линије, шум електричне мреже и електромишићни шум.

Шум базне линије је појава у којој се чини да *x*-оса сигнала 'лута', односно да није равна, него да се помера. То доводи до померања и самог сигнала са своје праве позиције. До овога долази због неисправних електрода или због померања пацијента (и дисање може утицати). Овај шум је нискофреквентни сигнал фреквенције обично између 0.5 Hz и 0.6 Hz. Показало се да је најбољи метод за уклањање овог шума '*wavelet-based*' који се у *OCTAVE* програму симулира функцијом *dwt*. Ипак, у медицинској употреби, бољи избор је Батервортс филтар јер је бржи, а скоро исте тачности.



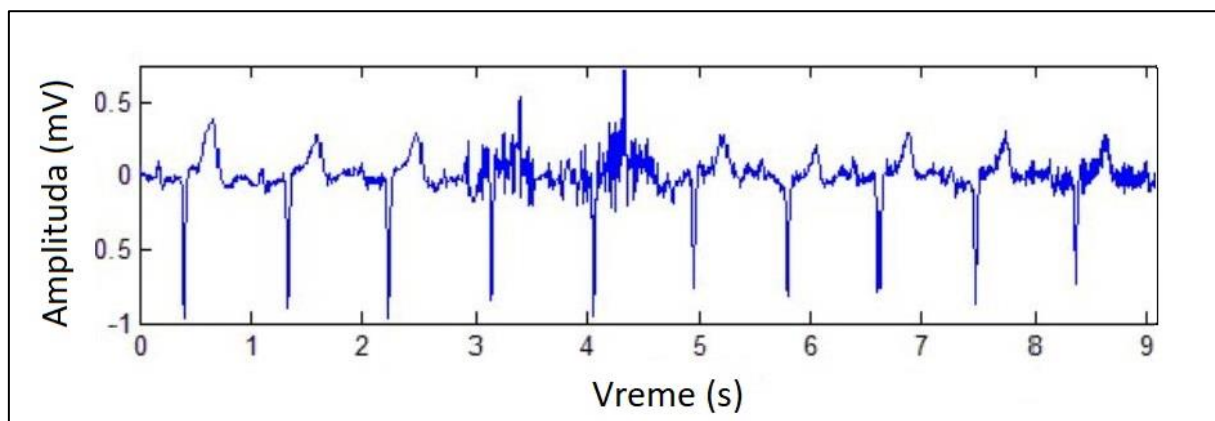
Слика 4.1 *EKG* сигнал са шумом базне линије

Електромагнетна поља узрокована електричном мрежом представљају уобичајени извор шума у *EKG*-у, као и у било ком другом електричном сигналу забележеном на телесној површини. Такве шуме карактеришу синусоидалне интерференције између 50 Hz и 60 Hz са великим бројем таласања. Баш ти лажни таласни облици отежавају анализу и интерпретацију *EKG*-а. Може се уклонити '*notch*' филтром (узак '*bandstop*' филтер) фреквенције између 50 Hz и 60 Hz.



Слика 4.2 EKG сигнал са шумом електричне мреже од 50 Hz

Присуство мишићног шума представља главни проблем у многим применама EKG-а, посебно на снимцима добијеним током вежбања јер се многи таласни облици ниских амплитуда не примете. Прве две описане врсте шума се углавном не поклапају са нормалним деловима EKG сигнала, тако да је релативно лако уклонити их. Уклањање електромишићних шумова представља доста већи проблем јер се садржај мишићне активности преклапа са садржајем QRS комплекса. Ови шумови су високофреквентни (изнад 100 Hz), тако да се теоријски могу уклонити нископропусним филтром одговарајуће фреквенције.



Слика 4.3 EKG сигнал са електромишићним шумом

4.2 Студија случаја

У овом делу биће представљено филтрирање конкретног *EKG* сигнала коришћењем 2 филтра – прво ручно дефинисаног, а затим Батервортовог. Филтрирање, као и приказивање свих графика, реализовано је у програмском језику OCTAVE.

Први део кода обухвата учитавање сигнала, дефинисање независно променљиве и приказивање временског и спектралног облика сигнала. Независно променљива је дефинисана на основу фреквенције одабирања F и дужине низа који представља учитан сигнал `ch1`.

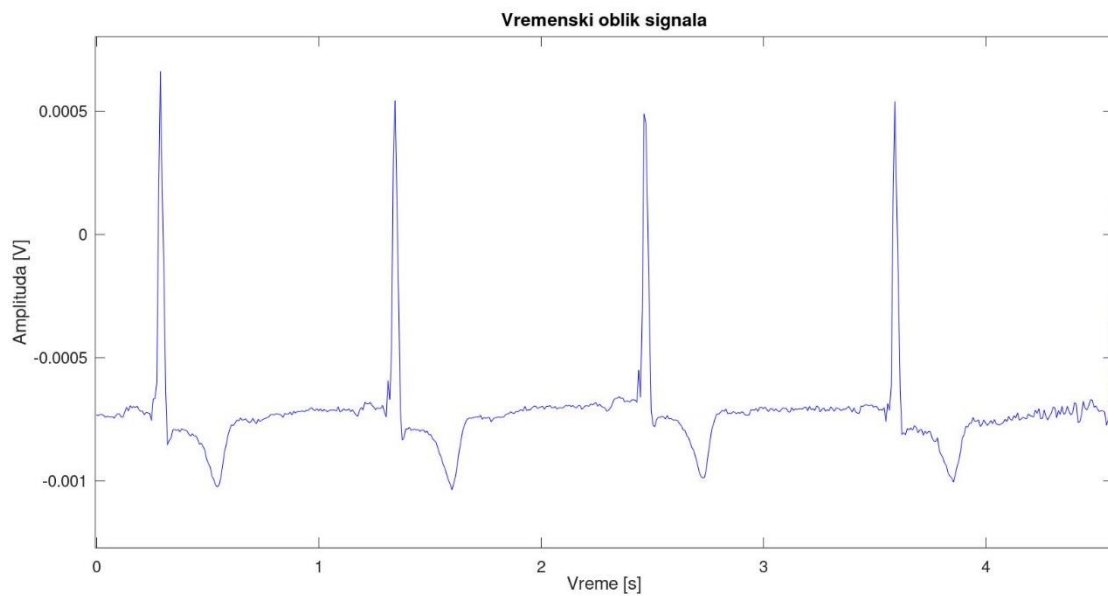
```
clear all
close all
clc

load 2017-09-15-0001-livadata(ecg).bin.mat

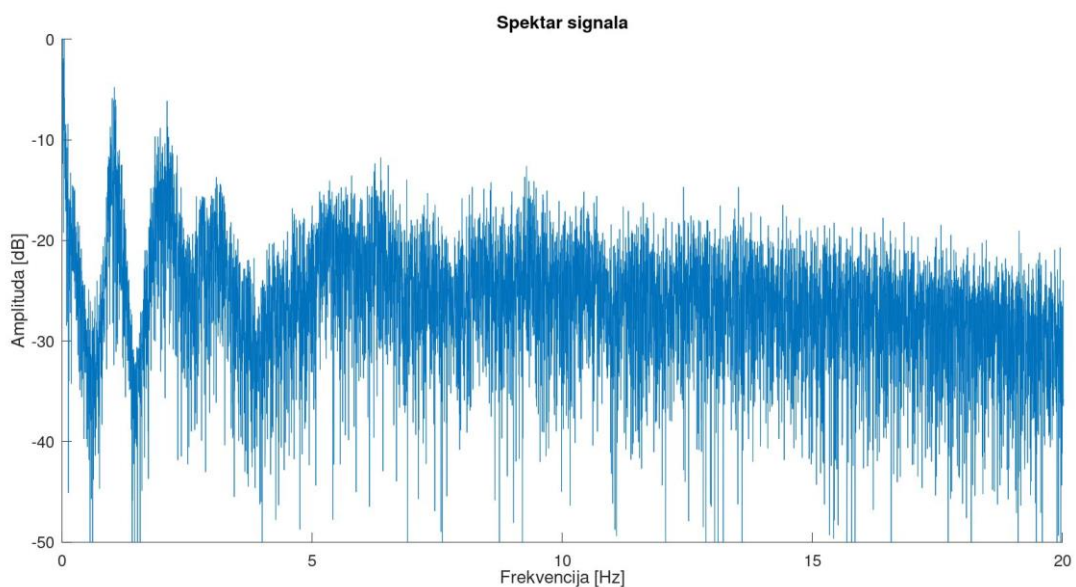
F = 125;

time = (1/F) * (0:1:length(ch1) - 1);
figure(1)
plot(time, ch1, 'b');
hold on
xlabel('Vreme [s]','fontsize',24);
ylabel('Amplituda [V]','fontsize',24);
title('Vremenski oblik signala');
ha = gca;
set(ha,'fontsize',24);

CH1 = fft(ch1);
fr = (F) * (0:1:length(CH1) - 1) / length(CH1);
figure(2)
plot(fr, 20*log10(abs(CH1)));
xlabel('Frekvencija [Hz]','fontsize',24);
ylabel('Amplituda [dB]','fontsize',24);
title('Spektar signala');
ha = gca;
set(ha,'fontsize',24);
axis([0 20 -50 0]);
```



Слика 4.4 Учитан ЕКГ сигнал

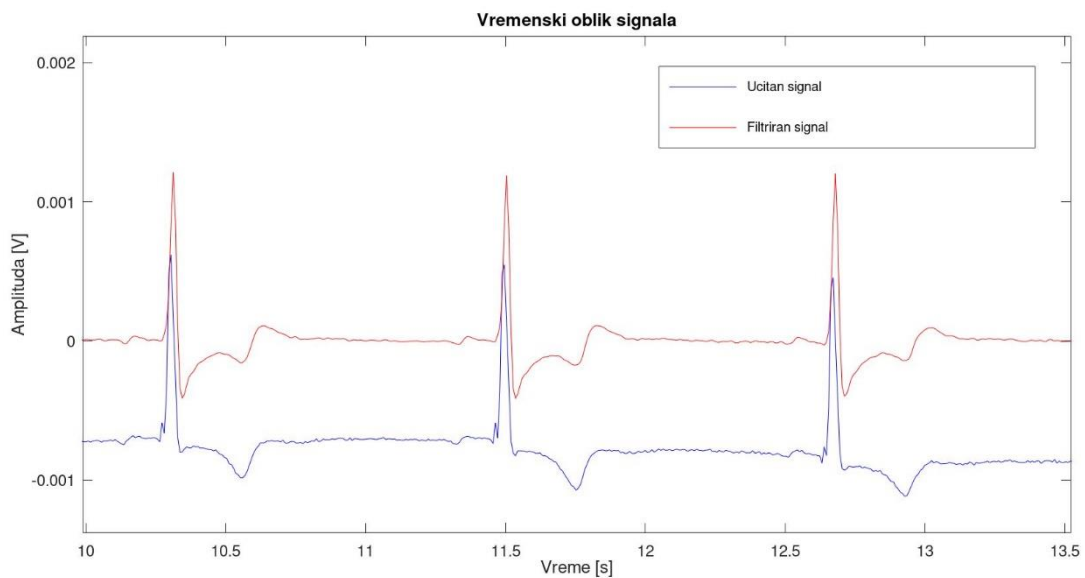


Слика 4.5 Спектар учитаног сигнала

На слици 4.4 се види постојање шума базне линије (амплитуда је спуштена за око 0.75 mV у односу на нулу), као и електричног шума (линија сигнала није глатка). Зато се прво вредност амплитуде намешта на нулу дефинисањем коефицијената вектора B и A чији количник представља преносну функцију. Ови вектори затим фигуришу у функцији `filter`. Добијени сигнал се онда провлачи кроз Батервортсов нископропусни филтар чија је улога да уклони лажна таласања.

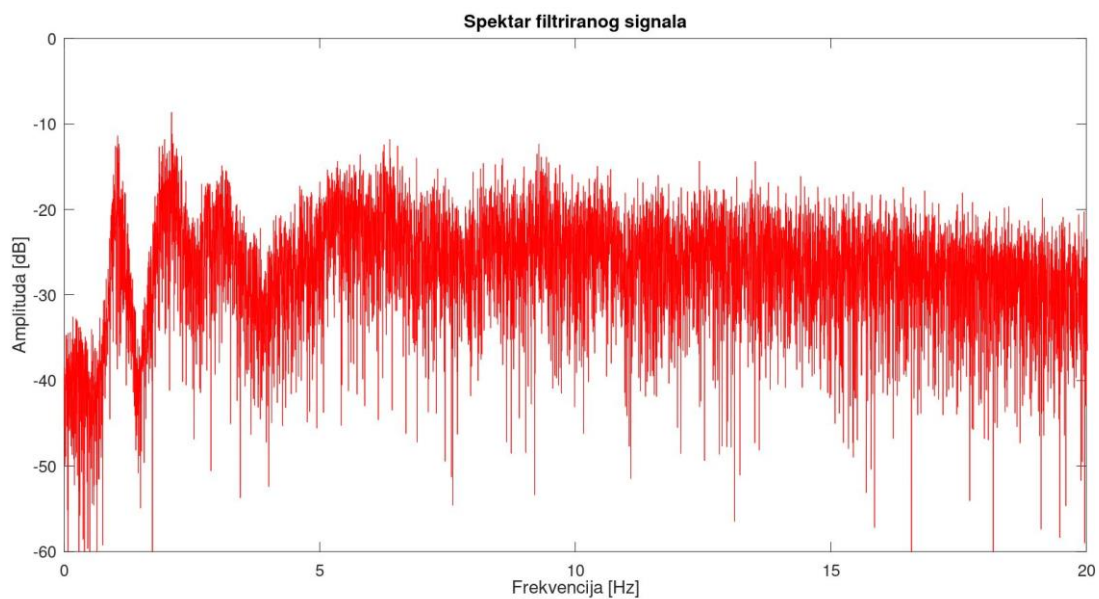
Параметри потребни за дефинисање Батервортовог филтра су ред филтра n и *cut-off* фреквенција w_n која се одређује на основу фреквенције одабирања F и граничне фреквенције F_g .

```
B = [1 -1];  
A = [1 -0.9];  
  
y1 = filter(B,A,ch1);  
  
n = 4;  
Fg = 35;  
wn = Fg/(F/2);  
  
[B1,A1] = butter(n, wn);  
  
y = filter(B1,A1,y1);  
  
figure(1)  
plot(time,y,'r');  
l = legend('Ucitan signal','Filtriran signal');  
set(l,'fontsize',20);
```



Слика 4.6 На истом графику приказан оригиналан сигнал (плавом бојом) и филтриран сигнал (црвеном бојом)

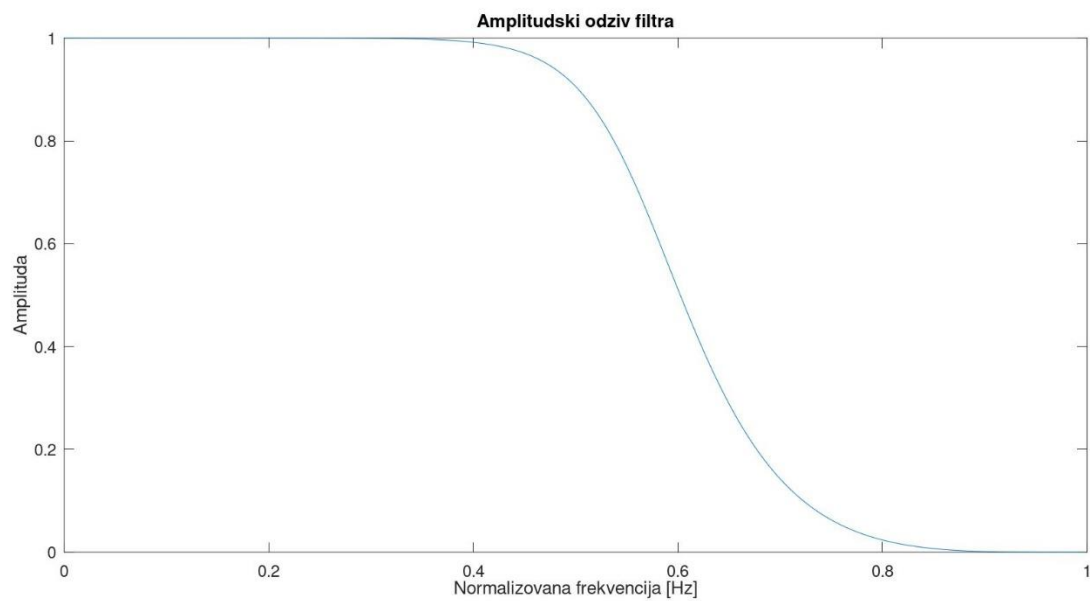
```
Y = fft(y);  
figure(3)  
plot(fr, 20*log10(abs(Y)), 'r');  
xlabel('Frekvencija [Hz]', 'fontsize', 24);  
ylabel('Amplituda [dB]', 'fontsize', 24);  
title('Spektar filtriranog signala');  
ha = gca;  
set(ha, 'fontsize', 24);  
axis([0 20 -60 0]);
```



Слика 4.7 Спектар филтрираног сигнала

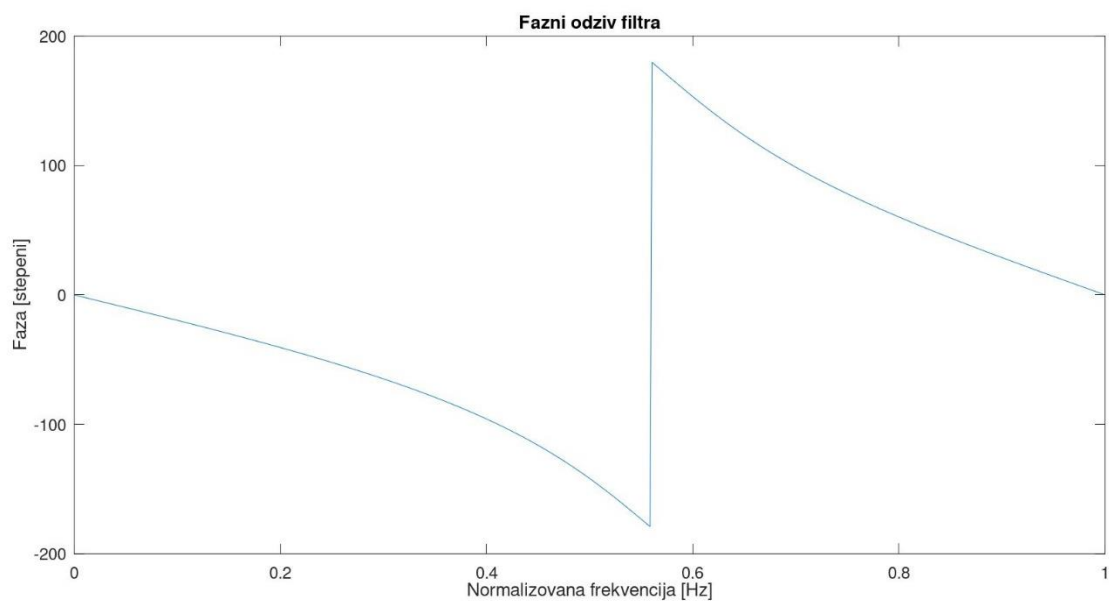
На крају је приказан амплитудски и фазни одзив Батервортовог филтра.

```
[H,w] = freqz(B1,A1);  
figure(4)  
plot(w/pi,abs(H));  
xlabel('Normalizovana frekvencija [Hz]');  
ylabel('Amplituda');  
title('Amplitudski odziv filtra');  
ha = gca;  
set(ha, 'fontsize', 24);
```



Слика 4.8 Амплитудски одзив Батервортновог филтра

```
figure(5)
plot(w/pi,180*arg(H)/pi);
xlabel('Normalizovana frekvencija [Hz]');
ylabel('Faza[stepeni]');
title('Fazni odziv filtra');
ha = gca;
set(ha,'fontsize',24);
```



Слика 4.9 Фазни одзив Батервортновог филтра

Као што је већ речено, одговарајућим ишчитавањем *EKG* снимка, могу се уочити разне мане у нормалном функционисању срца. Комплетна анализа би подразумевала снимке свих 12 *EKG* одвода од којих сваки има прецизну улогу у давању информација о раду срца. Ипак, и са снимком једног одвода може се дати основни налаз.

Анализом овог филтрираног сигнала уочава се блага респираторна синусна аритмија узрокована смењивањем инспиријума (удаха) и експиријума (издаха).

Такође, присутна је депресија *ST* сегмента конвексна на горе без промена на *T* таласу. Налаз може одговорати појави акутног напада ангине пекторис или *Non-ST-Elevation* инфаркта миокарда. Њихова локализација би се могла одредити у зависности од локализације одвода са снимка. Ангина пекторис, као најчешћа болест срца, настаје као последица смањења или поремећаја циркулације крви, а уколико се не лечи на време може довести до инфаркта миокарда. *Non-ST-Elevation* инфаркт миокарда резултује оштећењем мањег дела срца него у случају *ST-Elevation* инфаркта, али свакако захтева озбиљно и хитно лечење.

У случају генерализације овог налаза на другим одводима могло би се посумњати и на хипокалијемију (смањење укупне количине калијума у организму). Ова претпоставка би се могла испитати мерењем количине калијума у узорку крви или урина.

5 ЗАКЉУЧАК

Медицина и технологија данас представљају нераскидив спој који омогућава брже и тачније дијагностиковање болести, као и ефикасније лечење. Посебна пажња се посвећује превенцији болести и спречавању њеног развоја. Свако постављање дијагнозе захтева стручност лекара, али и прецизност апарата који помаже у постављању те дијагнозе. Тако је од велике важности и да детекција *EKG* сигнала буде извршена са максималном тачношћу. Детекција *QRS* комплекса, као најзначајнијег дела *EKG* сигнала, предмет је истраживања последњих 40 година. Током тих година, развио се велики број алгоритама који довољно поуздано детектују овај комплекс.

Међутим, већина ових алгоритама је тестирана на бази већ снимљених *EKG* сигнала. У случајевима нагле промене срчаног ритма или аномалије *QRS* комплекса није било могуће извршити исправну детекцију. Новија метода која се показала доста ефикасном у детекцији *QRS* комплекса и уклањању шума је Wavelet трансформација (*WT*) и њена дискретна форма (*DWT*). Међутим, у њеном случају је хардверска имплементација компликована због сложеног израчунавања и великог броја базичних функција.

У овом раду, показано је да се уз помоћ једноставних *IIR* дигиталних филтара може уклонити шум базне линије и електрични шум. Када мишићни шум представља проблем при читавању сигнала, најбоље би било поновити *EKG* анализу јер се не може лако филтрирати.

6 ЛИТЕРАТУРА

- [1] Милић Љ., Добросављевић З., Ћертић Ј. (2015) "Увод у дигиталну обраду сигнала," *Академска мисао*, Београд.
- [2] Ковачевић Б., Бањац З., Ђуровић Ж. (2017) "Филтрација стохастичких сигнала," *Академска мисао*, Београд.
- [3] Поповић М., Мојсиловић А. (1996) "Дигитална обрада сигнала," *Наука*, Београд.
- [4] Поповић М. (2006) "Сигнали и системи," *Академска мисао*, Београд.
- [5] Thaler M. [преводио Димитријевић Д.] (2009) "ЕКГ: једина књига која ће вам икада затребати," *Data Status*, Београд.
- [6] Kher R. (2019) "Signal Processing Techniques for Removing Noise from ECG Signals," *Journal of Biomedical Engineering and Research*, Gujarat, India.
- [7] Коић И. (2018) "Дигитално филтрирање података о откуцајима срца," Завршни рад, *Факултет електротехнике, рачунарства и информацијских технологија*, Осијек.
- [8] Pilia N., Loewe A., Schulze W., Dossel O. (2017) "Comparison of Baseline Wander Removal Techniques considering the Preservation of ST Changes in the Ischemic ECG: A Simulation Study," *Research Article*, <https://doi.org/10.1155/2017/9295029>.
- [9] Електрокардиограм, <https://sr.wikipedia.org/wiki/Elektrokardiogram>.
- [10] Кардиологија, <https://bebafarm.rs/sluzbe/kardiologija>.
- [11] Salsekar B., Wadhvani A.K. (2012) "Filtering of ECG Signal using Butterworth Filter and its feature extraction," *International Journal of Engineering Science and Technology*, Gwalior, India.
- [12] Мирковић М., Стојановић Р., Калезић М., Лутовац Б., Вукчевић Н. (2010) "Детекција QRS комплекса са аспекта примјене дискретне Wavelet трансформације," *Електротехнички факултет, Универзитет Црне Горе, Подгорица, Црна Гора*.